



**Servizio Nazionale di Valutazione**  
**a.s. 2016/17**  
**Guida alla lettura**  
**Prova di Matematica**  
**Classe seconda – Scuola secondaria di II grado**

I quesiti sono distribuiti negli ambiti secondo la tabella seguente

<b>Ambito</b>	<b>Numero di domande</b>	<b>Numero di item<sup>1</sup></b>
Numeri	11	18
Spazio e figure	9	9
Dati e previsioni	7	11
Relazioni e funzioni	5	15
<b>Totale</b>	<b>32</b>	<b>53</b>

---

<sup>1</sup> Una domanda può essere composta da più item, come nel caso di domande a scelta multipla complessa del tipo Vero o Falso. L'attribuzione di un eventuale punteggio parziale sarà definita in sede di analisi dei dati complessivi.



**Tabella della suddivisione degli item in relazione ad ambiti, traguardi e dimensioni**

Dimensione	Traguardi	Ambiti	Numeri	Spazio figure	Dati previsioni	Relazioni funzioni	TOT
1	Si muove con sicurezza nel calcolo numerico e simbolico; applica correttamente le proprietà delle operazioni con i numeri reali; realizza ordinamenti, calcola ordini di grandezza ed effettua stime numeriche e approssimazioni. Risolve equazioni e disequazioni.		D6,D18,D24 D28,D32		D22		6
1	Riconosce e denomina le forme del piano e dello spazio, le loro rappresentazioni e ne coglie le relazioni tra gli elementi. Utilizza proprietà delle figure geometriche e teoremi per il calcolo di lunghezze, aree e volumi.			D9,D19 D23,D25, D7			5
2	Rappresenta, elabora, analizza e interpreta dati per descrivere situazioni e individuare caratteristiche di un fenomeno o di una situazione, eventualmente anche allo scopo di produrre ipotesi e prendere decisioni.		D11a-b-c D26a-b		D29a	D4a-b-c	9
2	Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni possedute, le loro relazioni con ciò che si vuole determinare e la coerenza e plausibilità del procedimento risolutivo e dei risultati trovati.		D1, D8	D5	D10	D12, D14c	5
2	Spiega il procedimento seguito, anche in forma scritta, confronta procedimenti diversi e produce formalizzazioni che gli consentono di passare da un problema specifico a una classe di problemi.						
3	Riconosce, fra diverse argomentazioni, quelle che sono adeguate a sostenere una determinata tesi; produce esempi e controesempi utili a confermare o a confutare una determinata affermazione.		D27a-b-c D31a-b-c				6
3	Produce argomentazioni esplicitando la tesi, utilizzando conoscenze e forme argomentative pertinenti alla tesi oggetto di argomentazione.			D15		D4b,D16c	3
1	Comprende e utilizza diverse forme di rappresentazione, passando dall'una all'altra a seconda delle esigenze (grafica, numerica, simbolica, nella lingua naturale)			D13, D21	D2a-b-c D20a	D14a-b D16a-b D30a-b-c-d	14
1	Riconosce, tra diversi modelli matematici proposti, quelli più adeguati a descrivere determinate situazioni oggetto di interesse				D3		1
2	Esprime valutazioni e stime di probabilità in situazioni caratterizzate da incertezza. Esprime stime di probabilità di eventi composti a partire dalla conoscenza delle probabilità di eventi elementari.				D17,D20b D29b		3
<b>TOTALE</b>			<b>18</b>	<b>9</b>	<b>11</b>	<b>15</b>	<b>53</b>

Dimensioni: 1 Conoscere; 2 Risolvere problemi; 3 Argomentare



Di seguito viene proposta un'analisi dei quesiti utilizzando una tabella a tre colonne in cui vengono rispettivamente indicati:

- nella prima colonna il testo del quesito. La numerazione dei quesiti fa riferimento alla versione dei fascicoli che riporta in prima pagina “Fascicolo 1”.
- nella seconda colonna le caratteristiche. Esse si riferiscono al *Quadro di riferimento* delle prove SNV pubblicato sul sito INVALSI ([https://invalsi-areaprove.cineca.it/docs/file/QdR\\_2017\\_def.pdf](https://invalsi-areaprove.cineca.it/docs/file/QdR_2017_def.pdf)), alle Indicazioni Nazionali per il primo e secondo ciclo e alle Linee guida per il secondo ciclo. Oltre all'Ambito prevalente e allo Scopo della domanda, ogni quesito appartiene a un raggruppamento di competenze (Dimensione) che si riferisce ad una delle seguenti aree: Conoscere, Risolvere problemi, Argomentare. Tale raggruppamento deriva da esigenze connesse con l'analisi statistica degli esiti delle Prove INVALSI (con la necessità di ridurre a 3 le aree di competenze secondo cui classificare le domande) e dall'esigenza di orientare nelle scuole la lettura dei risultati delle Prove in accordo con le Indicazioni Nazionali, in particolare con i Traguardi per lo sviluppo delle competenze riportati nel *Quadro di riferimento*. Ogni quesito viene quindi collegato a un Traguardo per lo sviluppo delle competenze e ogni Traguardo a una delle tre Dimensioni indicate. Alcuni tra i Traguardi indicati non vengono presi in esame in quanto non verificabili attraverso prove standardizzate.
- nella terza colonna una descrizione e un commento didattico; i possibili errori segnalati sono stati rilevati in sede di pretest e ovviamente non hanno alcuna pretesa di costituire una lista completa degli errori possibili e delle loro motivazioni.

È importante sottolineare che le caratteristiche proposte sono solo indicative e non devono rappresentare un vincolo per l'interpretazione del risultato: in matematica ogni domanda coinvolge spesso diversi ambiti, e la risposta richiede processi di diversa natura. Seguendo la prassi internazionale, si indicano l'ambito e la dimensione *prevalenti*, tenendo presente che spesso la scelta di una particolare opzione di risposta può indicare difficoltà o lacune in altri ambiti o in altre dimensioni.

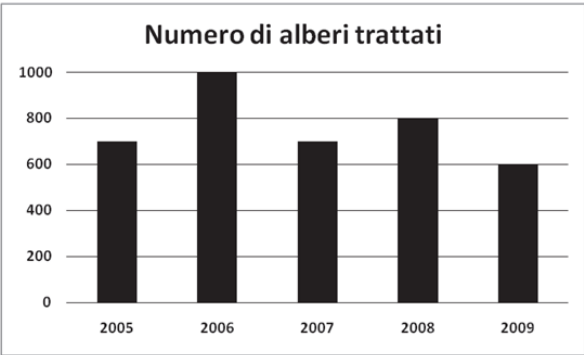
A settembre verranno riportati nella seconda colonna (o nella terza per ragioni di impaginazione) i risultati ottenuti dal campione di scuole utilizzato per il Rapporto Nazionale. I risultati forniscono, oltre alla percentuale di risposte corrette o errate, anche la percentuale di risposte *manca*nti o *non valide*.



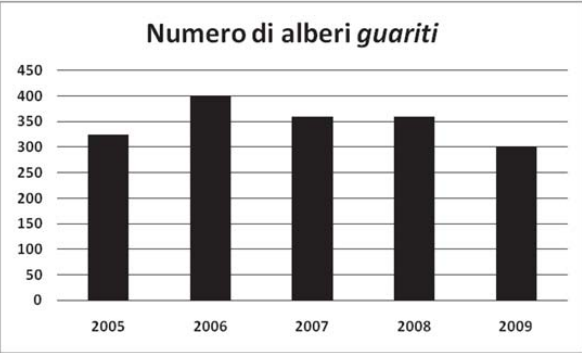
### GUIDA ALLA LETTURA

Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
<p><b>D1.</b> A una conferenza sono presenti 90 persone. Le donne sono 14 più degli uomini. Quanti sono gli uomini?</p> <p>A. <input type="checkbox"/> 59</p> <p>B. <input type="checkbox"/> 38</p> <p>C. <input type="checkbox"/> 31</p> <p>D. <input type="checkbox"/> 76</p>	<p><b>AMBITO PREVALENTE</b> Numeri</p> <p><b>SCOPO DELLA DOMANDA</b> Risolvere un problema lineare.</p> <p><b>Linee Guida e Indicazioni nazionali</b> Le operazioni con i numeri interi e razionali. Operare con i numeri interi e razionali e valutare l'ordine di grandezza dei risultati. <i>Calcolo (mentale, con carta e penna, mediante strumenti) con i numeri interi, con i numeri razionali sia nella scrittura come frazione che nella rappresentazione decimale.</i></p> <p><b>TRAGUARDO</b> Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni possedute, le loro relazioni con ciò che si vuole determinare e la coerenza e plausibilità del procedimento risolutivo e dei risultati trovati.</p> <p><b>DIMENSIONE</b> Risolvere problemi</p>	<p><b>Risposta corretta: B</b></p> <p>La risposta può essere fornita utilizzando strategie differenti.</p> <p>Per esempio è possibile, indicato con <math>x</math> il numero degli uomini, impostare e risolvere l'equazione <math>2x + 14 = 90</math>;</p> <p>oppure impostare un sistema lineare che tenga conto esplicitamente delle due relazioni esistenti fra il numero delle donne e quello degli uomini, <math>x + y = 90</math> e <math>y = x + 14</math>, che conduce a un'equazione equivalente alla precedente;</p> <p>oppure ricondursi alla considerazione che il doppio degli uomini presenti deve essere 76; oppure è possibile procedere per tentativi verificando direttamente quale delle quattro opzioni soddisfa i dati del problema.</p> <p>In ogni caso, lo studente che dà una soluzione corretta dimostra di riconoscere, nella situazione problematica, dati e relazioni fra essi.</p>



Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento												
<p><b>D2.</b> In un parco, da alcuni anni, viene somministrato un prodotto a una certa specie di alberi per eliminare un parassita che ne causa la morte.</p> <p>I grafici rappresentano:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Il numero di alberi sottoposti a trattamento negli anni indicati.</li><li>• Il numero di alberi completamente <i>guariti</i> nello stesso anno del trattamento.</li></ul>  <table border="1"><caption>Numero di alberi trattati</caption><thead><tr><th>Anno</th><th>Numero di alberi trattati</th></tr></thead><tbody><tr><td>2005</td><td>700</td></tr><tr><td>2006</td><td>1000</td></tr><tr><td>2007</td><td>700</td></tr><tr><td>2008</td><td>800</td></tr><tr><td>2009</td><td>600</td></tr></tbody></table>	Anno	Numero di alberi trattati	2005	700	2006	1000	2007	700	2008	800	2009	600	<p><b>AMBITO PREVALENTE</b> Dati e previsioni</p> <p><b>SCOPO DELLA DOMANDA</b> Individuare informazioni dal confronto di due diagrammi.</p> <p><b>Linee Guida e Indicazioni nazionali</b> Dati, loro organizzazione e rappresentazione. Raccogliere, organizzare e rappresentare un insieme di dati. <i>Rappresentare e analizzare in diversi modi (anche utilizzando strumenti informatici) un insieme di dati, scegliendo le rappresentazioni più idonee.</i></p> <p><b>TRAGUARDO</b> Comprende e utilizza diverse forme di rappresentazione, passando dall'una all'altra a seconda delle esigenze (grafica, numerica, simbolica, nella lingua naturale).</p> <p><b>DIMENSIONE</b> Conoscere</p>	<p><b>Risposta corretta: V F F</b></p> <p>L'item a. richiede prima di individuare il diagramma a barre, fra i due forniti, a cui far riferimento per rispondere e poi di eseguire una somma di frequenze assolute.</p> <p>Gli item b. e c. richiedono individuare dati sui due diagrammi, tenendo conto delle diverse scale, di calcolare percentuali ed eseguire confronti fra esse.</p> <p>La domanda è volta a testare competenze di conversione, (cioè di passaggio) dal registro grafico a quello numerico.</p>
Anno	Numero di alberi trattati													
2005	700													
2006	1000													
2007	700													
2008	800													
2009	600													

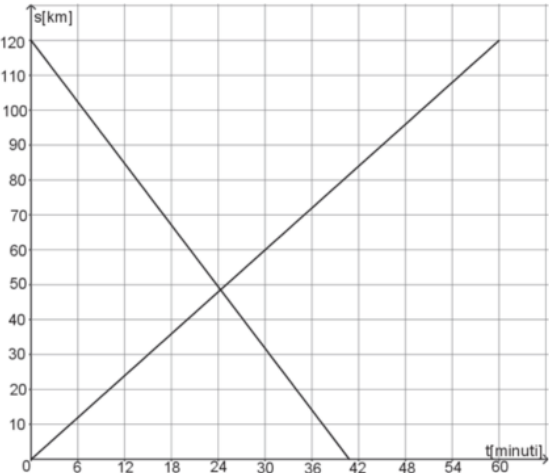


Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento																								
<p data-bbox="353 440 651 469" style="text-align: center;"><b>Numero di alberi <i>guariti</i></b></p>  <table border="1" data-bbox="212 424 792 778"><caption>Numero di alberi <i>guariti</i></caption><thead><tr><th>Anno</th><th>Numero di alberi <i>guariti</i></th></tr></thead><tbody><tr><td>2005</td><td>320</td></tr><tr><td>2006</td><td>400</td></tr><tr><td>2007</td><td>350</td></tr><tr><td>2008</td><td>350</td></tr><tr><td>2009</td><td>300</td></tr></tbody></table> <p data-bbox="136 810 864 855">Sulla base dei dati riportati nei grafici indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F).</p> <table border="1" data-bbox="136 858 864 1027"><thead><tr><th></th><th>V</th><th>F</th></tr></thead><tbody><tr><td>a. Nei cinque anni sono stati effettuati circa 3800 trattamenti</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr><tr><td>b. Nel 2009 la percentuale di alberi <i>guariti</i> rispetto a quelli trattati è inferiore a quella del 2006</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr><tr><td>c. Nel 2005 è <i>guarito</i> meno del 40% degli alberi trattati</td><td><input type="checkbox"/></td><td><input type="checkbox"/></td></tr></tbody></table>	Anno	Numero di alberi <i>guariti</i>	2005	320	2006	400	2007	350	2008	350	2009	300		V	F	a. Nei cinque anni sono stati effettuati circa 3800 trattamenti	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	b. Nel 2009 la percentuale di alberi <i>guariti</i> rispetto a quelli trattati è inferiore a quella del 2006	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	c. Nel 2005 è <i>guarito</i> meno del 40% degli alberi trattati	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
Anno	Numero di alberi <i>guariti</i>																									
2005	320																									
2006	400																									
2007	350																									
2008	350																									
2009	300																									
	V	F																								
a. Nei cinque anni sono stati effettuati circa 3800 trattamenti	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																								
b. Nel 2009 la percentuale di alberi <i>guariti</i> rispetto a quelli trattati è inferiore a quella del 2006	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																								
c. Nel 2005 è <i>guarito</i> meno del 40% degli alberi trattati	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																								



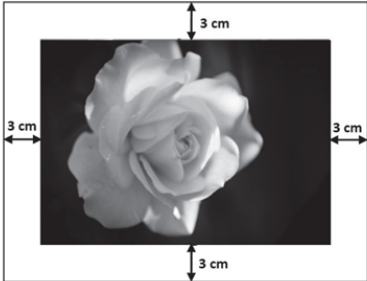
Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento										
<p>D3. Con una bilancia si è misurata 10 volte la massa di una lastra di alluminio ottenendo le seguenti misure in chilogrammi:</p> <table border="1" data-bbox="125 480 875 525"> <tr> <td>10,55</td> <td>10,76</td> <td>10,60</td> <td>10,87</td> <td>10,64</td> <td>10,67</td> <td>10,84</td> <td>10,46</td> <td>10,55</td> <td>10,70</td> </tr> </table> <p>Quale fra i seguenti indici statistici è quello più adatto a rappresentare la massa della lastra di alluminio?</p> <p>A. <input type="checkbox"/> La moda</p> <p>B. <input type="checkbox"/> La media aritmetica</p> <p>C. <input type="checkbox"/> La varianza</p> <p>D. <input type="checkbox"/> Lo scarto quadratico medio (o deviazione standard)</p>	10,55	10,76	10,60	10,87	10,64	10,67	10,84	10,46	10,55	10,70	<p><b>AMBITO PREVALENTE</b> Dati e previsioni</p> <p><b>SCOPO DELLA DOMANDA</b> Individuare l'indice statistico più adatto a rappresentare una serie di misure</p> <p><b>Linee Guida e Indicazioni nazionali</b> Valori medi e misure di variabilità. Calcolare i valori medi e alcune misure di variabilità di una distribuzione. <i>Definizioni e proprietà dei valori medi e delle misure di variabilità, nonché uso strumenti di calcolo (calcolatrice, foglio di calcolo) per analizzare raccolte di dati e serie statistiche.</i></p> <p><b>TRAGUARDO</b> Riconosce, tra diversi modelli matematici proposti, quelli più adeguati a descrivere determinate situazioni oggetto di interesse.</p> <p><b>DIMENSIONE</b> Conoscere</p>	<p><b>Risposta corretta: B</b></p> <p>Per rispondere alla domanda lo studente deve scegliere tra diversi indici statistici quello più adeguato a rappresentare la serie di dati. Le opzioni C e D dovrebbero essere immediatamente scartate, perché sono indici di variabilità (la varianza non è nemmeno espressa nelle stesse unità di misura di una massa). La scelta meditata della risposta corretta (B) fra le due opzioni rimaste richiede la conoscenza che se una misura di una grandezza è ripetuta diverse volte nelle stesse condizioni, allora la media aritmetica è un valore più attendibile delle singole misure, perché consente di ridurre il peso degli errori casuali.</p> <p>In genere il traguardo "Riconosce, tra diversi modelli matematici proposti, quelli più adeguati a descrivere determinate situazioni oggetto di interesse" viene associato alla dimensione 2 "Risolvere problemi". In questo caso, però, sembra più appropriato associarlo alla dimensione 1, "Conoscere".</p>
10,55	10,76	10,60	10,87	10,64	10,67	10,84	10,46	10,55	10,70			



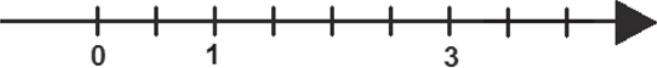
Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento																
<p>D4. In figura sono rappresentati i grafici della posizione <math>s</math> (in km) in funzione del tempo <math>t</math> (in minuti) di due treni in moto rettilineo uniforme su due binari paralleli.</p>  <p>a. Basandoti sulle informazioni fornite nei grafici, indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F).</p> <table border="1" data-bbox="159 1066 871 1251"> <thead> <tr> <th></th> <th></th> <th>V</th> <th>F</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1.</td> <td>I due treni si muovono in versi opposti</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>2.</td> <td>Dopo circa 25 minuti dall'istante <math>t = 0</math> i due treni passano per la stessa posizione nel sistema di riferimento scelto</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>3.</td> <td>Dopo 30 minuti dall'istante <math>t = 0</math>, uno dei due treni ha percorso circa 30 km</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> </tbody> </table> <p>b. Anna afferma che, in uno stesso intervallo di tempo, i due treni percorrono la stessa distanza. Anna ha torto. Perché?</p> <p>.....</p>			V	F	1.	I due treni si muovono in versi opposti	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	2.	Dopo circa 25 minuti dall'istante $t = 0$ i due treni passano per la stessa posizione nel sistema di riferimento scelto	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	3.	Dopo 30 minuti dall'istante $t = 0$ , uno dei due treni ha percorso circa 30 km	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<p><b>AMBITO PREVALENTE</b> Relazioni e funzioni</p> <p><b>SCOPO DELLA DOMANDA</b> Estrarre informazioni da un grafico posizione-tempo, usando anche la conversione tra minuti e frazioni decimali di ore.</p> <p><b>Linee Guida e Indicazioni nazionali</b> Il metodo delle coordinate: il piano cartesiano. <i>Il metodo delle coordinate cartesiane, ... rappresentazione di punti e rette nel piano e di proprietà come il parallelismo e la perpendicolarità.</i></p> <p><b>TRAGUARDO</b> a. Rappresenta, elabora, analizza e interpreta dati per descrivere situazioni e individuare caratteristiche di un fenomeno o di una situazione, eventualmente anche allo scopo di produrre ipotesi e prendere decisioni. b. Produce argomentazioni esplicitando la tesi, utilizzando conoscenze e forme argomentative pertinenti alla tesi oggetto di argomentazione.</p> <p><b>DIMENSIONE</b> a. Risolvere problemi b. Argomentare</p>	<p><b>Risposta corretta</b> a. V V F b. Sono corrette tutte le risposte che fanno riferimento a una delle seguenti osservazioni: a) nello stesso intervallo di tempo i due treni percorrono distanze diverse; b) i treni impiegano tempi diversi a percorrere la stessa distanza; c) le pendenze dei due segmenti sono diverse (e quindi sono diverse le velocità dei treni). Sia l'item a. sia l'item b. richiedono, per rispondere correttamente, di essere in grado di leggere un grafico tempo-posizione. L'item b. consente di testare inoltre competenze di carattere argomentativo. Osserviamo che lo studente non deve decidere se quanto afferma Anna è corretto o è sbagliato. Il testo dell'item b. precisa che "Anna ha torto": si tratta però di spigare <i>perché</i> ha torto. Il traguardo prevalente è quindi strettamente legato all'argomentazione e quindi alla dimensione 3.</p>
		V	F															
1.	I due treni si muovono in versi opposti	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>															
2.	Dopo circa 25 minuti dall'istante $t = 0$ i due treni passano per la stessa posizione nel sistema di riferimento scelto	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>															
3.	Dopo 30 minuti dall'istante $t = 0$ , uno dei due treni ha percorso circa 30 km	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>															






Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
<p>D5. Franco incolla una fotografia rettangolare di dimensioni 22 cm x 15 cm su un cartoncino. Attorno alla fotografia resta una cornice larga 3 cm, come vedi in figura.</p>  <p>Qual è l'area del cartoncino?</p> <p>A. <input type="checkbox"/> 588 cm<sup>2</sup></p> <p>B. <input type="checkbox"/> 525 cm<sup>2</sup></p> <p>C. <input type="checkbox"/> 504 cm<sup>2</sup></p> <p>D. <input type="checkbox"/> 450 cm<sup>2</sup></p>	<p><b>AMBITO PREVALENTE</b> Spazio e figure</p> <p><b>SCOPO DELLA DOMANDA</b> Individuare l'area di un rettangolo a partire dalle dimensioni e dalla posizione di un rettangolo interno</p> <p><b>Linee Guida e Indicazioni nazionali</b> <i>Conoscenza dei fondamenti della geometria euclidea del piano. Elementi della geometria euclidea del piano e dello spazio.</i></p> <p><b>TRAGUARDO</b> Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni possedute, le loro relazioni con ciò che si vuole determinare e la coerenza e plausibilità del procedimento risolutivo e dei risultati trovati.</p> <p><b>DIMENSIONE</b> Risolvere problemi</p>	<p><b>Risposta corretta: A</b></p> <p>La domanda richiede la conoscenza di come si calcola l'area di un rettangolo date le sue dimensioni e di riconoscere che le dimensioni del cartoncino si ottengono addizionando 6 cm a ciascuna delle dimensioni della fotografia.</p> <p>Dopo aver calcolato le dimensioni del cartoncino che sono di 28 cm e 21 cm, non è nemmeno necessario eseguire la moltiplicazione <math>28 \cdot 21</math> per ottenere l'area in cm<sup>2</sup>. Risulta infatti immediato che la risposta corretta non può che essere la A, visto che questa opzione contiene l'unico numero che ha come cifra delle unità 8.</p>



Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
<p>D6. Posiziona sulla retta i seguenti numeri:</p> <div data-bbox="293 496 792 603" style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block; margin: 10px 0;"><math>4</math>      <math>2,5</math>      <math>\frac{3}{2}</math>      <math>\frac{5}{10}</math></div> 		

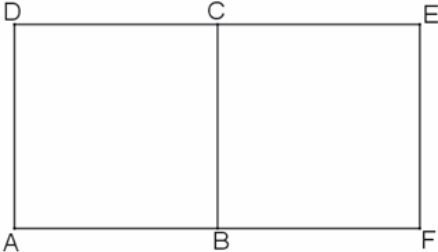


Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
<p>D7. Sulla cartina geografica sono indicate alcune città del Portogallo. Tra di esse ci sono: Lisbona (in portoghese Lisboa), Coimbra (a circa 180 km in linea d'aria da Lisbona) e Beja (a circa 140 km in linea d'aria da Lisbona).</p>  <p>La distanza in linea d'aria tra Beja e Coimbra è</p> <p>A. <input type="checkbox"/> circa 320 km</p> <p>B. <input type="checkbox"/> circa 40 km</p> <p>C. <input type="checkbox"/> sicuramente maggiore di 40 km e minore di 320 km</p> <p>D. <input type="checkbox"/> sicuramente maggiore di 320 km e minore di 500 km</p>	<p><b>AMBITO PREVALENTE</b> Spazio e figure</p> <p><b>SCOPO DELLA DOMANDA</b> Utilizzare le disuguaglianze triangolari per stimare una distanza.</p> <p><b>Linee Guida e Indicazioni nazionali</b> Nozioni fondamentali di geometria del piano e dello spazio. <i>Conoscenza dei fondamenti della geometria euclidea del piano. Elementi della geometria euclidea del piano e dello spazio.</i></p> <p><b>TRAGUARDO</b> Riconosce e denomina le forme del piano e dello spazio, le loro rappresentazioni e ne coglie le relazioni tra gli elementi. Utilizza proprietà delle figure geometriche e teoremi per il calcolo di lunghezze, aree e volumi.</p> <p><b>DIMENSIONE</b> Conoscere</p>	<p><b>Risposta corretta: C</b></p> <p>La domanda richiede la conoscenza delle disuguaglianze triangolari e la loro applicazione in un contesto concreto. La scelta delle opzioni A o B suggerisce un approccio puramente empirico oltre che una non sufficiente capacità di produrre stime ragionevoli. L'opzione D potrebbe suggerire un'applicazione esclusivamente mnemonica (e ovviamente scorretta) delle disuguaglianze triangolari. La risposta corretta ( C ) può indicare sia una buona capacità di utilizzare in un contesto concreto la teoria appresa, sia una buona capacità di effettuare stime.</p>

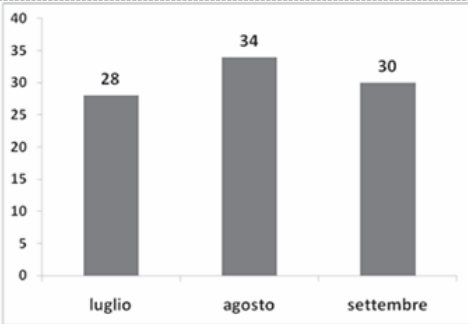


Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
<p>D8. Un sacchetto di caramelle contiene 15 caramelle alla menta e 25 caramelle al limone. Con 100 caramelle alla menta e 180 caramelle al limone, qual è il numero massimo di sacchetti con la stessa composizione del precedente che si possono riempire?</p> <p>Risposta: ..... sacchetti</p>	<p><b>AMBITO PREVALENTE</b> Numeri</p> <p><b>SCOPO DELLA DOMANDA</b> Risolvere un semplice problema di massimo vincolato.</p> <p><b>Linee Guida e Indicazioni nazionali</b> Le operazioni con i numeri interi e razionali. Operare con i numeri interi e razionali e valutare l'ordine di grandezza dei risultati. <i>Calcolo (mentale, con carta e penna, mediante strumenti) con i numeri interi, con i numeri razionali sia nella scrittura come frazione che nella rappresentazione decimale.</i></p> <p><b>TRAGUARDO</b> Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni possedute, le loro relazioni con ciò che si vuole determinare e la coerenza e plausibilità del procedimento risolutivo e dei risultati trovati.</p> <p><b>DIMENSIONE</b> Risolvere problemi</p>	<p><b>Risposta corretta: 6</b> Gli studenti possono rispondere osservando che <math>100/15</math> (circa 6,7), è compreso fra 6 e 7, mentre <math>180/25</math> (cioè 7,2) è maggiore di 7, ma dato che la composizione dei sacchetti deve rimanere la stessa e si deve fornire un numero intero di sacchetti, la risposta è 6, poiché le caramelle alla menta non sarebbero sufficienti per riempire un settimo sacchetto.</p>



Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
<p>D9. Il rettangolo AFED è formato da due quadrati congruenti ABCD e BFEC con un lato in comune.</p>  <p>Il perimetro di ciascuno dei quadrati misura 36 cm. Quanto misura il perimetro del rettangolo AFED?</p> <p>Risultato: ..... cm</p>	<p><b>AMBITO PREVALENTE</b> Spazio e figure</p> <p><b>SCOPO DELLA DOMANDA</b> Calcolare il perimetro di una figura geometrica composta.</p> <p><b>Linee Guida e Indicazioni nazionali</b> Nozioni fondamentali di geometria del piano e dello spazio. <i>Conoscenza dei fondamenti della geometria euclidea del piano. Elementi della geometria euclidea del piano e dello spazio.</i></p> <p><b>TRAGUARDO</b> Riconosce e denomina le forme del piano e dello spazio, le loro rappresentazioni e ne coglie le relazioni tra gli elementi. Utilizza proprietà delle figure geometriche e teoremi per il calcolo di lunghezze, aree e volumi.</p> <p><b>DIMENSIONE</b> Conoscere</p>	<p><b>Risposta corretta: 54</b></p> <p>Gli studenti, per rispondere correttamente, devono prestare attenzione a non considerare, nel calcolo del perimetro del rettangolo AFED, il segmento BC. Un errore potrebbe essere quello di aggiungere il perimetro dei due quadrati senza sottrarre il doppio della lunghezza del lato BC.</p>

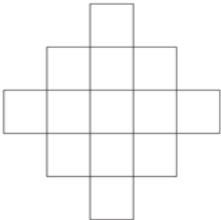


Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
<p>D10. Il grafico riporta il numero di <i>e-book reader</i> (lettori di libri elettronici) venduti nei mesi di luglio, agosto e settembre da un negozio di informatica. Negli altri nove mesi dell'anno lo stesso negozio ha venduto in media 18 <i>e-book reader</i> al mese.</p>  <p>Qual è il numero medio mensile di <i>e-book reader</i> venduti in quell'anno dal negozio?</p> <p>A. <input type="checkbox"/> Circa 31            B. <input type="checkbox"/> Circa 28            C. <input type="checkbox"/> Circa 21            D. <input type="checkbox"/> Circa 24</p>	<p><b>AMBITO PREVALENTE</b>            Dati e previsioni</p> <p><b>SCOPO DELLA DOMANDA</b>            Calcolare una media aritmetica ponderata utilizzando informazioni espresse in forme diverse.</p> <p><b>Linee Guida e Indicazioni nazionali</b>            Valori medi e misure di variabilità. Calcolare i valori medi e alcune misure di variabilità di una distribuzione.  <i>Definizioni e proprietà dei valori medi e delle misure di variabilità, nonché uso strumenti di calcolo (calcolatrice, foglio di calcolo) per analizzare raccolte di dati e serie statistiche.</i></p> <p><b>TRAGUARDO</b>            Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni possedute, le loro relazioni con ciò che si vuole determinare e la coerenza e plausibilità del procedimento risolutivo e dei risultati trovati.</p> <p><b>DIMENSIONE</b>            Risolvere problemi</p>	<p><b>Risposta corretta: C</b></p> <p>La difficoltà della domanda risiede tutta nel calcolo di una media ponderata. Gli errori in cui gli studenti possono incorrere sono diversi: per esempio non moltiplicare per 9 il numero 18, oppure non dividere per 12 (i mesi dell'anno). Se capiscono che si tratta di calcolare una media pesata dovrebbero essere in grado di scartare subito le poco plausibili opzioni A e B., che corrispondono rispettivamente a calcolare la media dei soli dati del grafico e a calcolare la media <math>(28+34+30+18)/4</math>. Scartare senza alcun calcolo l'opzione D richiede invece abilità di stima più raffinate. Il distrattore D potrebbe attrarre gli studenti che calcolano la media eseguendo la media aritmetica fra 18 e la media aritmetica tra (28, 34 e 30). In altri termini da coloro che calcolano la media</p> $18 + \frac{28 + 34 + 30}{3} \approx 24$ <p>nel seguente modo :</p>



Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento																										
<p>D11. La seguente tabella indica di quanto è aumentata ogni anno in percentuale la produzione di un'azienda rispetto all'anno precedente negli anni dal 2010 al 2015.</p> <table border="1" data-bbox="192 480 763 549"> <thead> <tr> <th>Anno</th> <th>2010</th> <th>2011</th> <th>2012</th> <th>2013</th> <th>2014</th> <th>2015</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Aumento percentuale annuo</td> <td>+2%</td> <td>+5%</td> <td>+12%</td> <td>+8%</td> <td>+4%</td> <td>+8%</td> </tr> </tbody> </table> <p>Basandoti sui dati della tabella indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F).</p> <table border="1" data-bbox="163 616 855 772"> <thead> <tr> <th></th> <th>V</th> <th>F</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>a. Dal 2012 al 2013 la produzione è diminuita</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>b. Dal 2014 al 2015 la produzione è raddoppiata</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>c. Nel periodo 2010 - 2015 il massimo di produzione si è avuto nel 2015</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> </tbody> </table>	Anno	2010	2011	2012	2013	2014	2015	Aumento percentuale annuo	+2%	+5%	+12%	+8%	+4%	+8%		V	F	a. Dal 2012 al 2013 la produzione è diminuita	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	b. Dal 2014 al 2015 la produzione è raddoppiata	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	c. Nel periodo 2010 - 2015 il massimo di produzione si è avuto nel 2015	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<p><b>AMBITO PREVALENTE</b> Numeri</p> <p><b>SCOPO DELLA DOMANDA</b> Utilizzare il concetto di variazione percentuale per determinare la correttezza di alcune affermazioni</p> <p><b>Linee Guida e Indicazioni nazionali</b> Rapporti e percentuali. <i>Proporzionalità diretta e inversa.</i></p> <p><b>TRAGUARDO</b> Rappresenta, elabora, analizza e interpreta dati per descrivere situazioni e individuare caratteristiche di un fenomeno o di una situazione, eventualmente anche allo scopo di produrre ipotesi e prendere decisioni.</p> <p><b>DIMENSIONE</b> Risolvere problemi</p>	<p><b>Risposta corretta: F F V</b></p> <p>Per rispondere correttamente ai tre item non è necessario effettuare alcun calcolo, ma solo avere compreso che quelle indicate in tabella sono variazioni percentuali rispetto all'anno precedente: l'affermazione a. non può essere che falsa, infatti in tutti gli anni si è avuto un aumento percentuale di produzione (i dati sono tutti preceduti dal segno "+") e quindi un aumento di produzione rispetto all'anno precedente.</p> <p>Anche l'affermazione b. è falsa: per avere un raddoppio della produzione bisognerebbe avere un aumento percentuale del 100%.</p> <p>La c. invece non può essere che vera, visto che in tutti gli anni la produzione è sempre aumentata rispetto all'anno precedente.</p>
Anno	2010	2011	2012	2013	2014	2015																						
Aumento percentuale annuo	+2%	+5%	+12%	+8%	+4%	+8%																						
	V	F																										
a. Dal 2012 al 2013 la produzione è diminuita	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																										
b. Dal 2014 al 2015 la produzione è raddoppiata	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																										
c. Nel periodo 2010 - 2015 il massimo di produzione si è avuto nel 2015	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																										



Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
<p>D12. La seguente figura è composta da 13 quadrati tutti di lato 1 cm.</p>  <p>Se il lato di ciascun quadrato si dimezza allora la superficie della figura diventa ..... cm<sup>2</sup></p>	<p><b>AMBITO PREVALENTE</b> Relazioni e funzioni</p> <p><b>SCOPO DELLA DOMANDA</b> Riconoscere la variazione della superficie in funzione della variazione del lato di un quadrato</p> <p><b>Linee Guida e Indicazioni nazionali</b> Rapporti e percentuali. <i>Proporzionalità diretta e inversa.</i></p> <p>Nozioni fondamentali di geometria del piano e dello spazio. <i>Conoscenza dei fondamenti della geometria euclidea del piano. Elementi della geometria euclidea del piano e dello spazio.</i></p> <p><b>TRAGUARDO</b> Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni possedute, le loro relazioni con ciò che si vuole determinare e la coerenza e plausibilità del procedimento risolutivo e dei risultati trovati.</p> <p><b>DIMENSIONE</b> Risolvere problemi</p>	<p><b>Risposta corretta:</b> 3,25 o <math>\frac{13}{4}</math></p> <p>Si tratta di una domanda ricorrente nelle prove INVALSI: determinare come varia l'area di una figura al variare delle due dimensioni lineari. Gli studenti che riconoscono che l'area di una figura varia con il quadrato delle dimensioni lineari possono determinare immediatamente che ciascuno di 13 quadrati di area 1, se il lato si dimezza, avranno area, in cm<sup>2</sup>, 1/4 (oppure 0,25), quindi l'area della figura diventerà, in cm<sup>2</sup>, 13/4 (oppure 3,25).</p>





Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
<p>D13. Considera l'equazione <math>y = 2x + k</math>. Per quale valore di <math>k</math> essa rappresenta una retta che passa per il punto di coordinate (1; 5)?</p> <p>Risposta: <math>k = \dots\dots\dots</math></p>	<p><b>AMBITO PREVALENTE</b> Spazio e figure</p> <p><b>SCOPO DELLA DOMANDA</b> Imporre il passaggio di una retta per un punto</p> <p><b>Linee Guida e Indicazioni nazionali</b> Le funzioni e la loro rappresentazione (numerica, funzionale, grafica). Funzioni di vario tipo (lineari, quadratiche, circolari, di proporzionalità diretta e inversa). Rappresentare sul piano cartesiano le principali funzioni incontrate. Studiare le funzioni <math>f(x) = ax + b</math> e <math>f(x) = ax^2 + bx + c</math>. <i>Le funzioni del tipo <math>f(x) = ax + b</math>, <math>f(x) =  x </math>, <math>f(x) = a/x</math>, <math>f(x) = x^2</math> sia in termini strettamente matematici sia in funzione della descrizione e soluzione di problemi applicativi.</i></p> <p><b>TRAGUARDO</b> Comprende e utilizza diverse forme di rappresentazione, passando dall'una all'altra a seconda delle esigenze (grafica, numerica, simbolica, nella lingua naturale).</p> <p><b>DIMENSIONE</b> Conoscere</p>	<p><b>Risposta corretta: 3</b> Per rispondere alla domanda occorre sapere che la condizione di passaggio di una retta per un punto equivale ad affermare che le coordinate del punto soddisfano l'equazione della retta. Dal punto di vista procedurale ciò vuol dire che se si sostituisce 1 alla <math>x</math> e 5 alla <math>y</math> nell'equazione della retta <math>y = 2x + k</math> si deve ottenere un'identità e ciò accade se e solo se <math>5 = 2 + k</math>, cioè se e solo se <math>k = 3</math>. Per verificare se gli studenti hanno compreso a fondo questa procedura potrebbe essere interessante domandargli se sanno spiegare <i>perché</i> funziona. Spiegare <i>perché</i> la procedura funziona, richiede di essere consapevoli del fatto che in geometria analitica i punti <i>sono pensati come</i> coppie ordinate di numeri reali e le rette <i>sono pensate come</i> equazioni lineari. Dire che un punto appartiene a una retta (o che una retta passa per un punto) vuol quindi dire che la coppia ordinata di numeri reali che rappresenta il punto è soluzione dell'equazione che rappresenta la retta.</p>

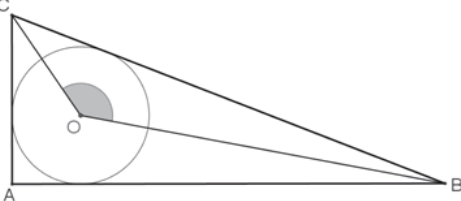


Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento																
<p>D14. Una casa editrice propone all'autore di un libro di scegliere uno tra due diversi tipi di contratto relativi al suo compenso.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <u>Contratto forfettario</u>: compenso di 50 000 €, indipendentemente dal numero di copie vendute.</li> <li>• <u>Contratto a partecipazione</u>: compenso di 5 000 € a cui si aggiunge il 10% del prezzo di copertina per ogni copia venduta.</li> </ul> <p>Il prezzo di copertina del libro è di 30 €.</p> <p>a. L'autore sceglie il <u>contratto a partecipazione</u>. Completa la tabella.</p> <table border="1" data-bbox="159 639 801 791"> <thead> <tr> <th>Numero di copie vendute</th> <th>Contratto a partecipazione Compenso per l'autore (in euro)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>.....</td> </tr> <tr> <td>1000</td> <td>.....</td> </tr> <tr> <td>2000</td> <td>.....</td> </tr> </tbody> </table> <p>b. Completa la formula che esprime il compenso <math>C</math> (in euro) dell'autore in funzione del numero <math>n</math> di copie vendute nel caso del <u>contratto a partecipazione</u>.</p> <p>Risposta: <math>C = \dots\dots\dots</math></p> <p>c. Qual è il numero di copie che devono essere vendute perché il compenso ottenuto con il contratto a partecipazione sia uguale a quello ottenuto con il contratto forfettario?</p> <p>Risposta: ..... copie</p>	Numero di copie vendute	Contratto a partecipazione Compenso per l'autore (in euro)	0	.....	1000	.....	2000	.....	<p><b>AMBITO PREVALENTE</b> Relazioni e funzioni</p> <p><b>SCOPO DELLA DOMANDA</b> a. Completare una tabella sulla base della descrizione di una relazione. b. Utilizzare il linguaggio simbolico per esprimere relazioni. c. Risolvere un problema di scelta a variabile discreta.</p> <p><b>Linee Guida e Indicazioni nazionali</b> a. Le funzioni e la loro rappresentazione (numerica, funzionale, grafica). Funzioni di vario tipo (lineari, quadratiche, circolari, di proporzionalità diretta e inversa). Rappresentare sul piano cartesiano le principali funzioni incontrate. Studiare le funzioni <math>f(x) = ax + b</math> e <math>f(x) = ax^2 + bx + c</math>. <i>Le funzioni del tipo <math>f(x) = ax + b</math>, <math>f(x) =  x </math>, <math>f(x) = a/x</math>, <math>f(x) = x^2</math> sia in termini strettamente matematici sia in funzione della descrizione e soluzione di problemi applicativi.</i> b. Rapporti e percentuali. <i>Proporzionalità diretta e inversa.</i> c. Equazioni e disequazioni di primo e secondo grado. Sistemi di equazioni e di disequazioni. <i>Risolvere equazioni e disequazioni di primo e secondo grado; risolvere sistemi di equazioni e</i></p>	<p><b>Risposta corretta</b></p> <table border="1" data-bbox="1588 480 2130 632"> <thead> <tr> <th>Numero di copie vendute</th> <th>Contratto a partecipazione Compenso per l'autore (in euro)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>...5.000...</td> </tr> <tr> <td>1000</td> <td>...8.000...</td> </tr> <tr> <td>2000</td> <td>...11.000...</td> </tr> </tbody> </table> <p>a.</p> <p>b. <math>C = 5000 + 3n</math> c. 15000</p> <p>La risposta all'item a. richiede il completamento di una tabella e per farlo bisogna tradurre con un calcolo numerico l'espressione "compenso di 5000 € a cui si aggiunge il 10% del prezzo di copertina per ogni copia venduta". Ciò equivale a dire, per 0 copie vendute, 5000€, per 1000 copie (5000 + 3·1000) € = 8000€ e per 2000 copie (5000+2000·3) € = 11000€. Dopo aver compreso come può essere tradotta in un calcolo la formula del contratto a partecipazione espressa nella lingua italiana, lo studente, per rispondere, rimane all'interno del registro numerico. L'item b. richiede un passaggio dal registro numerico a quello simbolico (o un passaggio diretto dal registro della lingua italiana a quello simbolico delle formule matematiche). Richiede quindi una <i>messa in formula</i> che, in genere, comporta diversi problemi per gli studenti. In altri termini, il passaggio dal calcolare al formulare comporta forti ostacoli per gli studenti.</p>	Numero di copie vendute	Contratto a partecipazione Compenso per l'autore (in euro)	0	...5.000...	1000	...8.000...	2000	...11.000...
Numero di copie vendute	Contratto a partecipazione Compenso per l'autore (in euro)																	
0	.....																	
1000	.....																	
2000	.....																	
Numero di copie vendute	Contratto a partecipazione Compenso per l'autore (in euro)																	
0	...5.000...																	
1000	...8.000...																	
2000	...11.000...																	



Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
	<p><i>disequazioni.</i> <i>Soluzioni delle equazioni di primo grado in una incognita, delle disequazioni associate e dei sistemi di equazioni lineari in due incognite, e ... tecniche necessarie alla loro risoluzione grafica e algebrica.</i> <i>Descrivere un problema con un'equazione, una disequazione o un sistema di equazioni o disequazioni.</i></p> <p><b>TRAGUARDO</b> a. e b. Comprende e utilizza diverse forme di rappresentazione, passando dall'una all'altra a seconda delle esigenze (grafica, numerica, simbolica, nella lingua naturale). c. Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni possedute, le loro relazioni con ciò che si vuole determinare e la coerenza e plausibilità del procedimento risolutivo e dei risultati trovati.</p> <p><b>DIMENSIONE</b> a. b. Conoscere c. Risolvere problemi</p>	<p>L'item c. richiede di risolvere un problema che può essere formalizzato mediante un'equazione (la cui soluzione deve essere un numero intero), ma che può anche essere risolto per tentativi o in modo iterativo, procedendo al completamento della tabella fino a che non si ottiene 50000€.</p>



Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento									
<p>D15. <math>ABC</math> è un triangolo rettangolo di ipotenusa <math>BC</math> e <math>O</math> è il centro della circonferenza inscritta nel triangolo.</p>  <p>Si vuole dimostrare che l'ampiezza dell'angolo <math>\widehat{BOC}</math> (segnato in figura) è <math>135^\circ</math>. Completa il testo della dimostrazione scegliendo tra i seguenti termini e prestando attenzione al fatto che ogni termine può essere utilizzato una sola volta:</p> <table border="1" data-bbox="125 759 871 852"> <tr> <td>supplementari</td> <td>alterni interni</td> <td>opposti al vertice</td> <td>complementari</td> <td>interni di un triangolo</td> <td><math>180^\circ</math></td> <td><math>90^\circ</math></td> <td><math>45^\circ</math></td> <td><math>360^\circ</math></td> </tr> </table> <p><b>Dimostrazione:</b></p> <p>Il centro <math>O</math> della circonferenza inscritta è il punto di incontro delle bisettrici degli angoli interni del triangolo <math>ABC</math>.</p> <p>Gli angoli <math>\widehat{ACB}</math> e <math>\widehat{ABC}</math> sono ..... , cioè la loro somma misura .....</p> <p>perché sono angoli acuti di un triangolo rettangolo. Per quanto affermato in precedenza la somma degli angoli <math>\widehat{OCB}</math> e <math>\widehat{OBC}</math> misura .....</p> <p>Quindi, poiché la somma degli angoli ..... misura ..... possiamo concludere che <math>\widehat{BOC} = 135^\circ</math>, che è la tesi.</p>	supplementari	alterni interni	opposti al vertice	complementari	interni di un triangolo	$180^\circ$	$90^\circ$	$45^\circ$	$360^\circ$	<p><b>AMBITO PREVALENTE</b> Spazio e figure</p> <p><b>SCOPO DELLA DOMANDA</b> Completare la traccia di una dimostrazione utilizzando le proprietà angolari dei triangoli (in particolare del triangolo rettangolo).</p> <p><b>Linee Guida e Indicazioni nazionali</b> Nozioni fondamentali di geometria del piano e dello spazio. <i>Conoscenza dei fondamenti della geometria euclidea del piano. Elementi della geometria euclidea del piano e dello spazio.</i></p> <p><b>TRAGUARDO</b> Produce argomentazioni esplicitando la tesi, utilizzando conoscenze e forme argomentative pertinenti alla tesi oggetto di argomentazione.</p> <p><b>DIMENSIONE</b> Argomentare</p>	<p><b>Risposta corretta</b> Il centro <math>O</math> della circonferenza inscritta è il punto di incontro delle bisettrici degli angoli interni del triangolo <math>ABC</math>. Gli angoli <math>\widehat{ACB}</math> e <math>\widehat{ABC}</math> sono <b>complementari</b>, cioè la loro somma misura <math>90^\circ</math> perché sono angoli acuti di un triangolo rettangolo. Per quanto affermato in precedenza la somma degli angoli <math>\widehat{OCB}</math> e <math>\widehat{OBC}</math> misura <math>45^\circ</math>. Quindi, poiché la somma degli angoli <b>interni di un triangolo</b> misura <math>180^\circ</math> possiamo concludere che <math>\widehat{BOC} = 135^\circ</math>, che è la tesi.</p> <p>Le prove INVALSI sono poco adatte a richiedere vere e proprie dimostrazioni: risulterebbe infatti assai problematico produrre una griglia risolutiva che tenesse conto di tutte le possibili varianti di una dimostrazione, inoltre bisognerebbe precisare quali proposizioni possono essere assunte come assiomi, quali come teoremi già dimostrati, quali come definizioni. Una possibile soluzione all'esigenza di avere la possibilità di testare la competenza degli studenti nell'effettuare dimostrazioni sono domande di tipo cloze, in cui si chiede di completare una dimostrazione.</p>
supplementari	alterni interni	opposti al vertice	complementari	interni di un triangolo	$180^\circ$	$90^\circ$	$45^\circ$	$360^\circ$			

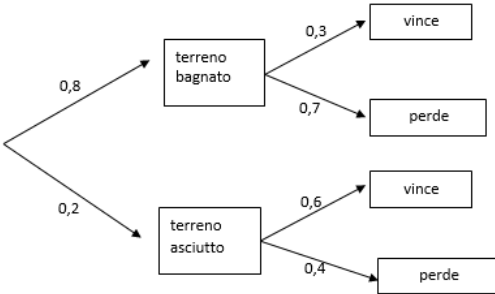


Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento																
<p>D16. Nel 2008 un gestore telefonico aveva proposto a Marcella tre possibili tariffe mensili per le telefonate nazionali da telefono fisso:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Tariffa 1: telefonate a 26 centesimi di euro l'una.</li> <li>Tariffa 2: 30 euro con chiamate illimitate senza ulteriore spesa.</li> <li>Tariffa 3: 10 euro di spesa fissa più 15 centesimi di euro per ogni telefonata.</li> </ul> <p>In figura sono disegnati i grafici che rappresentano le tre tariffe: in ascissa è riportato il numero <math>n</math> di telefonate e in ordinata il costo <math>C</math> in euro.</p> <p>a. Completa la tabella inserendo il nome del grafico (F, G o H) che corrisponde a ciascuna tariffa.</p> <table border="1" data-bbox="286 986 654 1123"> <thead> <tr> <th>Tariffa</th> <th>Grafico che la rappresenta</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>....</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>....</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>....</td> </tr> </tbody> </table> <p>b. Le seguenti formule esprimono, per le tariffe 1 e 2, il costo <math>C</math> (in euro) in funzione del numero <math>n</math> di telefonate effettuate:          Tariffa 1: <math>C = 0,26n</math>          Tariffa 2: <math>C = 30</math>          Completa la formula per la tariffa 3:          Tariffa 3: <math>C = \dots\dots\dots</math></p> <p>c. Marcella dice che, qualunque sia il numero di telefonate, la tariffa 1 costa <u>sempre</u> meno delle altre due. Marcella ha torto. Perché?          .....</p>	Tariffa	Grafico che la rappresenta	1	....	2	....	3	....	<p><b>AMBITO PREVALENTE</b>          Relazioni e funzioni</p> <p><b>SCOPO DELLA DOMANDA</b>          a. Riconoscere il grafico che modella una determinata situazione.          b. Utilizzare il linguaggio simbolico per esprimere relazioni tra grandezze.          c. Giustificare la correttezza di un'affermazione sulla base delle informazioni o dei grafici disponibili.</p> <p><b>Linee Guida e Indicazioni nazionali</b>          a. e c. Il metodo delle coordinate: il piano cartesiano.  <i>Il metodo delle coordinate cartesiane, ... rappresentazione di punti e rette nel piano e di proprietà come il parallelismo e la perpendicolarità.</i>          b. Le funzioni e la loro rappresentazione (numerica, funzionale, grafica).          Funzioni di vario tipo (lineari, quadratiche, circolari, di proporzionalità diretta e inversa).          Rappresentare sul piano cartesiano le principali funzioni incontrate.          Studiare le funzioni <math>f(x) = ax + b</math> e <math>f(x) = ax^2 + bx + c</math>.  <i>Le funzioni del tipo <math>f(x) = ax + b</math>, <math>f(x) =  x </math>, <math>f(x) = a/x</math>, <math>f(x) = x^2</math> sia in termini strettamente</i></p>	<p><b>Risposta corretta</b></p> <table border="1" data-bbox="1592 448 2085 576"> <thead> <tr> <th>Tariffa</th> <th>Grafico che la rappresenta</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>H</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>F</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>G</td> </tr> </tbody> </table> <p>a.  <b>b. <math>C = 10 + 0,15n</math></b>          c. È sufficiente esibire un qualunque controesempio.          Sono da considerare corrette anche giustificazioni che affermano che all'aumentare del numero di telefonate aumenta il costo della tariffa 1 che prima o poi supererà il costo (costante) della tariffa 2.          Oppure risposte che fanno riferimento ai grafici e osservando che nessun grafico sta sempre al di sotto degli altri due, quindi non c'è alcuna tariffa che sia sempre più conveniente delle altre</p> <p>L'item a. richiede la competenza di passare dal registro della lingua italiana, nella quale sono espresse le tre offerte telefoniche, a quello della rappresentazione grafica sul piano cartesiano. Si tratta quindi di associare a ciascuna delle tre tariffe il grafico che può rappresentarla, scegliendo fra quelli proposti.          L'item b. richiede il passaggio al registro simbolico, cioè la <i>messa in formula</i> che, come già detto, costituisce in genere un ostacolo significativo per gli studenti. In questo item</p>	Tariffa	Grafico che la rappresenta	1	H	2	F	3	G
Tariffa	Grafico che la rappresenta																	
1	....																	
2	....																	
3	....																	
Tariffa	Grafico che la rappresenta																	
1	H																	
2	F																	
3	G																	



<b>Domanda</b>	<b>Caratteristiche</b>	<b>Descrizione e commento</b>
	<p><i>matematici sia in funzione della descrizione e soluzione di problemi applicativi.</i></p> <p><b>TRAGUARDO</b></p> <p>a. e b. Comprende e utilizza diverse forme di rappresentazione, passando dall'una all'altra a seconda delle esigenze (grafica, numerica, simbolica, nella lingua naturale).</p> <p>c. Produce argomentazioni esplicitando la tesi, utilizzando conoscenze e forme argomentative pertinenti alla tesi oggetto di argomentazione.</p> <p><b>DIMENSIONE</b></p> <p>a. e b. Conoscere</p> <p>c. Argomentare</p>	<p>potrebbero essere aiutati dal fatto che due tariffe sono state già tradotte in termini simbolici e quindi lo studente ha degli esempi a cui ispirarsi.</p> <p>L'item c. richiede invece una spiegazione del <i>perché</i> l'affermazione di Marcella è falsa. Per rispondere va bene un qualunque controesempio, che può essere trovato a livello numerico, ma, come si è già detto, sono da considerare come risposte corrette anche considerazioni più generali o basate sull'osservazione dei grafici.</p>




Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
<p>D17. In una gara motociclistica la moto M ha probabilità di vincere la gara:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 0,3 se il terreno è bagnato;</li> <li>• 0,6 se il terreno è asciutto.</li> </ul> <p>La probabilità che il giorno della gara il terreno sia asciutto è 0,2.</p>  <p>Il diagramma può aiutare a determinare, per esempio, la probabilità che il terreno sia asciutto e che la moto M perda la gara. Essa è <math>0,2 \cdot 0,4 = 0,08</math>.</p> <p>Qual è la probabilità che la moto M vinca la gara?</p> <p>Risposta: .....</p>	<p><b>AMBITO PREVALENTE</b> Dati e previsioni</p> <p><b>SCOPO DELLA DOMANDA</b> Utilizzare un diagramma ad albero per calcolare una probabilità totale</p> <p><b>Linee Guida e Indicazioni nazionali</b> Significato della probabilità e sue valutazioni. Semplici spazi (discreti) di probabilità: eventi disgiunti, probabilità composta, eventi indipendenti. <i>Nozione di probabilità, con esempi tratti da contesti classici e con l'introduzione di nozioni di statistica.</i></p> <p><b>TRAGUARDO</b> Esprime valutazioni e stime di probabilità in situazioni caratterizzate da incertezza. Esprime stime di probabilità di eventi composti a partire dalla conoscenza delle probabilità di eventi elementari.</p> <p><b>DIMENSIONE</b> Risolvere problemi</p>	<p><b>Risposta corretta: 0,36</b></p> <p>Per rispondere correttamente gli studenti devono saper leggere un diagramma ad albero (nel testo, mediante un esempio, si dà un suggerimento di lettura) e calcolare probabilità composte e totali. Detto in termini più formali, la probabilità che la moto vinca la gara è data dalla somma della probabilità che il terreno sia asciutto e la moto vinca la gara con la probabilità che il terreno sia bagnato e la moto vinca la gara, cioè:  <math>0,8 \cdot 0,3 + 0,2 \cdot 0,6 = 0,24 + 0,12 = 0,36</math></p>



Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
<p>D18. Sulla seguente retta orientata sono riportati alcuni numeri.</p>  <p>Se moltiplichi <math>n</math> per un numero indicato con <math>k</math> ottieni come risultato <math>p</math>, cioè <math>n \cdot k = p</math>. Quale tra i seguenti può essere il valore di <math>k</math>?</p> <p>A. <input type="checkbox"/> -4</p> <p>B. <input type="checkbox"/> 4</p> <p>C. <input type="checkbox"/> <math>-\frac{1}{4}</math></p> <p>D. <input type="checkbox"/> <math>\frac{1}{4}</math></p>	<p><b>AMBITO PREVALENTE</b> Numeri</p> <p><b>SCOPO DELLA DOMANDA</b> Utilizzare la retta dei numeri per verificare la correttezza di una relazione fra numeri relativi.</p> <p><b>Linee Guida e Indicazioni nazionali</b> Ordinamento dei numeri e loro rappresentazione su una retta. <i>Rappresentazione geometrica [dei numeri] su una retta.</i></p> <p><b>TRAGUARDO</b> Si muove con sicurezza nel calcolo numerico e simbolico; applica correttamente le proprietà delle operazioni con i numeri reali; realizza ordinamenti, calcola ordini di grandezza ed effettua stime numeriche e approssimazioni. Risolve equazioni e disequazioni.</p> <p><b>DIMENSIONE</b> Conoscere</p>	<p><b>Risposta corretta: A</b></p> <p>Per rispondere gli studenti possono notare che:</p> <p>a) il numero <math>n</math> è positivo, mentre <math>p</math> è negativo, quindi <math>k</math> deve essere un numero negativo (ciò porta ad escludere le opzioni B. e D.)</p> <p>b) Il numero <math>n</math> è un numero positivo minore di 1, mentre <math>p</math> è un numero minore di <math>-2</math>. Quindi <math>k</math> in valore assoluto deve essere maggiore di 1 (ciò porta ad escludere anche il caso C).</p> <p>Oppure possono stimare direttamente i valori di <math>n</math> e <math>p</math> (per esempio <math>n</math> vale circa 0,7 e <math>p</math> circa <math>-2,8</math>).</p>



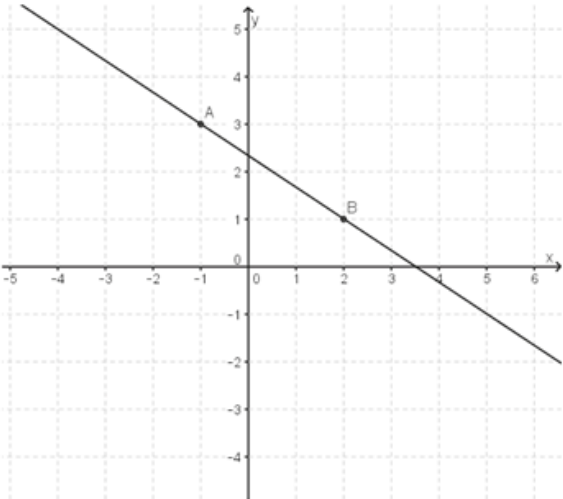


Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
<p>D19. La figura rappresenta un cubo di legno di spigolo 3 cm in cui sono stati creati dei fori a sezione quadrata di lato 1 cm. I fori sono centrati su ogni faccia, hanno i lati paralleli agli spigoli del cubo e attraversano l'intero solido fino alla faccia opposta.</p>  <p>Quanti cubi di 1 cm<sup>3</sup> di volume sono necessari per riempire nuovamente il cubo?</p> <p>A. <input type="checkbox"/> 3</p> <p>B. <input type="checkbox"/> 6</p> <p>C. <input type="checkbox"/> 7</p> <p>D. <input type="checkbox"/> 4</p>	<p><b>AMBITO PREVALENTE</b> Spazio e figure</p> <p><b>SCOPO DELLA DOMANDA</b> Visualizzare una figura nello spazio</p> <p><b>Linee Guida e Indicazioni nazionali</b> Nozioni fondamentali di geometria del piano e dello spazio. <i>Conoscenza dei fondamenti della geometria euclidea del piano. Elementi della geometria euclidea del piano e dello spazio.</i></p> <p><b>TRAGUARDO</b> Riconosce e denomina le forme del piano e dello spazio, le loro rappresentazioni e ne coglie le relazioni tra gli elementi. Utilizza proprietà delle figure geometriche e teoremi per il calcolo di lunghezze, aree e volumi.</p> <p><b>DIMENSIONE</b> Conoscere</p>	<p><b>Risposta corretta: C</b></p> <p>La domanda richiede competenze di visualizzazione nello spazio. Chi risponde 3 probabilmente si limita a prendere in considerazione i tre soli cubi mancanti che sono visualizzati nella rappresentazione sul foglio. Chi risponde 6 probabilmente considera 3 cubi per ciascuna coppia di facce opposte e poi leva tre volte (e non solo due volte) il cubetto centrale. Oppure considera solo 2 cubi mancanti per ciascuna coppia di facce opposte. Chi risponde 4 probabilmente considera 2 cubi per ciascuna coppia di facce e poi leva due volte il cubetto centrale. Oppure considera i tre cubi mancanti visibili nella rappresentazione piana più il cubetto centrale.</p>
<p>D20. Due urne A e B contengono ciascuna tre bigliettini numerati con i numeri 1, 2 e 3. Si estrae un bigliettino dall'urna A e poi un bigliettino dall'urna B.</p> <p>a. Completa l'elenco di <b>tutti</b> i possibili esiti che si possono ottenere: (1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), .....</p> <p>b. Si estrae un bigliettino dall'urna A e poi uno dall'urna B e si esegue la somma dei due numeri estratti. Fra tutte le possibili somme che si possono ottenere, qual è la più probabile?</p> <p>Risposta: la somma più probabile è .....</p>	<p><b>AMBITO PREVALENTE</b> Dati e previsioni</p> <p><b>SCOPO DELLA DOMANDA</b> a. Rappresentare lo spazio degli eventi. b. Confrontare probabilità calcolate.</p> <p><b>Linee Guida e Indicazioni nazionali</b> Significato della probabilità e sue valutazioni. Semplici spazi (discreti) di probabilità: eventi disgiunti, probabilità composta, eventi indipendenti.</p>	<p><b>Risposta corretta</b> <b>a. (2,2) , (2,3) , (3,1) , (3,2) , (3,3)</b> <b>b. 4</b></p> <p>Il primo item è volto a testare la conoscenza degli studenti del concetto di spazio degli eventi. In questo caso gli eventi sono coppie ordinate di numeri reali, quindi l'insieme dei casi possibili è il prodotto cartesiano <math>\{1,2,3\} \times \{1,2,3\}</math>. Il secondo item, se si è risposto all'item a., richiede solo un conteggio dei casi favorevoli.</p>



Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
	<p><i>Nozione di probabilità, con esempi tratti da contesti classici e con l'introduzione di nozioni di statistica.</i></p> <p><b>TRAGUARDO</b></p> <p>a. Comprende e utilizza diverse forme di rappresentazione, passando dall'una all'altra a seconda delle esigenze (grafica, numerica, simbolica, nella lingua naturale).</p> <p>b. Esprime valutazioni e stime di probabilità in situazioni caratterizzate da incertezza. Esprime stime di probabilità di eventi composti a partire dalla conoscenza delle probabilità di eventi elementari.</p> <p><b>DIMENSIONE</b></p> <p>a. Conoscere</p> <p>b. Risolvere problemi</p>	

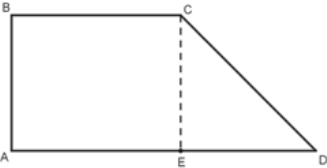


Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
<p>D21. Considera la retta passante per i punti <math>A(-1; 3)</math> e <math>B(2; 1)</math>.</p>  <p>La pendenza (o coefficiente angolare) della retta <math>AB</math> è</p> <p>A. <input type="checkbox"/> <math>\frac{3}{2}</math></p> <p>B. <input type="checkbox"/> <math>\frac{2}{3}</math></p> <p>C. <input type="checkbox"/> <math>-\frac{2}{3}</math></p> <p>D. <input type="checkbox"/> <math>-\frac{3}{2}</math></p>	<p><b>AMBITO PREVALENTE</b> Spazio e figure</p> <p><b>SCOPO DELLA DOMANDA</b> Individuare la pendenza di una retta passante per due punti nel piano</p> <p><b>Linee Guida e Indicazioni nazionali</b> Il metodo delle coordinate: il piano cartesiano. <i>Il metodo delle coordinate cartesiane,...</i> <i>rappresentazioni di punti e rette nel piano e di proprietà come il parallelismo e la perpendicolarità</i></p> <p><b>TRAGUARDO</b> Comprende e utilizza diverse forme di rappresentazione, passando dall'una all'altra a seconda delle esigenze (grafica, numerica, simbolica, nella lingua naturale).</p> <p><b>DIMENSIONE</b> Conoscere</p>	<p><b>Risposta corretta: C</b></p> <p>Per rispondere correttamente alla domanda è sufficiente conoscere il concetto di pendenza come rapporto tra variazioni. Lo studente può anche osservare che, a partire da A, si raggiunge B spostandosi di tre quadretti verso destra (variazione delle ascisse = +3) e di due quadretti verso il basso (variazione delle ordinate = -2). Quindi la pendenza è <math>-\frac{2}{3}</math>. I vari distrattori prendono in considerazione tutte le possibili combinazioni dei valori 2 e 3 e possono essere attraenti per studenti che non abbiano compreso il concetto di pendenza. Osserviamo che se gli studenti sono in grado di associare a rette decrescenti pendenze negative, allora possono subito escludere le opzioni A e B.</p>



Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento										
<p>D22. Agli alunni di una classe viene chiesto per quanto tempo al giorno, in media, utilizzano la connessione a Internet con i loro dispositivi (PC, Tablet, Smartphone, ...). I risultati del sondaggio sono riportati nella seguente tabella:</p> <table border="1" data-bbox="237 496 730 711"> <thead> <tr> <th>Minuti di connessione a Internet</th> <th>Frequenze assolute</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Da 0 minuti fino a 60 minuti</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>Più di 60 minuti fino a 120 minuti</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>Più di 120 minuti fino a 180 minuti</td> <td>12</td> </tr> <tr> <td>Più di 180 minuti fino a 300 minuti</td> <td>8</td> </tr> </tbody> </table> <p>Quale tra le seguenti espressioni permette di calcolare il tempo medio giornaliero di connessione a Internet degli alunni della classe?</p> <p>A. <input type="checkbox"/> <math>\frac{30+90+150+240}{4}</math></p> <p>B. <input type="checkbox"/> <math>\frac{60 \cdot 2 + 120 \cdot 4 + 180 \cdot 12 + 300 \cdot 8}{2+4+12+8}</math></p> <p>C. <input type="checkbox"/> <math>\frac{30 \cdot 2 + 90 \cdot 4 + 150 \cdot 12 + 240 \cdot 8}{2+4+12+8}</math></p> <p>D. <input type="checkbox"/> <math>\frac{2+4+12+8}{4}</math></p>	Minuti di connessione a Internet	Frequenze assolute	Da 0 minuti fino a 60 minuti	2	Più di 60 minuti fino a 120 minuti	4	Più di 120 minuti fino a 180 minuti	12	Più di 180 minuti fino a 300 minuti	8	<p><b>AMBITO PREVALENTE</b> Dati e previsioni</p> <p><b>SCOPO DELLA DOMANDA</b> Individuare una procedura per calcolare una media ponderata.</p> <p><b>Linee Guida e Indicazioni nazionali</b> Valori medi e misure di variabilità. Calcolare i valori medi e alcune misure di variabilità di una distribuzione. <i>Definizioni e proprietà dei valori medi e delle misure di variabilità, nonché uso strumenti di calcolo (calcolatrice, foglio di calcolo) per analizzare raccolte di dati e serie statistiche.</i></p> <p><b>TRAGUARDO</b> Si muove con sicurezza nel calcolo numerico e simbolico; applica correttamente le proprietà delle operazioni con i numeri reali; realizza ordinamenti, calcola ordini di grandezza ed effettua stime numeriche e approssimazioni. Risolve equazioni e disequazioni.</p> <p><b>DIMENSIONE</b> Conoscere</p>	<p><b>Risposta corretta: C</b></p> <p>Il distrattore A attrae gli studenti che si concentrano sulla divisione in 4 classi e trascurano il fatto che ciascuna classe compare con frequenza assoluta diversa da 1.</p> <p>Il distrattore B attrae gli studenti che dimenticano che per eseguire la media di una grandezza che varia con continuità, in assenza di altre informazioni, è bene prendere il valore medio di ciascuna classe e non l'estremo destro.</p> <p>Chi sceglie il distrattore D esegue una sorta di "media delle frequenze", che non ha alcunché a che vedere con la domanda posta.</p>
Minuti di connessione a Internet	Frequenze assolute											
Da 0 minuti fino a 60 minuti	2											
Più di 60 minuti fino a 120 minuti	4											
Più di 120 minuti fino a 180 minuti	12											
Più di 180 minuti fino a 300 minuti	8											

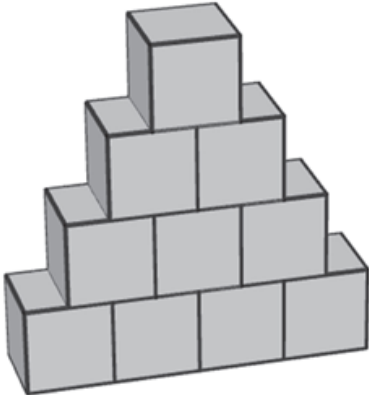


Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
<p>D23. Osserva la figura.</p>  <p>Se si fa ruotare il trapezio rettangolo <math>ABCD</math> di un giro completo attorno alla sua base minore si ottiene un solido formato da:</p> <p>A. <input type="checkbox"/> un cilindro con una cavità conica</p> <p>B. <input type="checkbox"/> un tronco di cono</p> <p>C. <input type="checkbox"/> un cilindro e un cono sovrapposti</p> <p>D. <input type="checkbox"/> un cilindro e due coni sovrapposti</p>	<p><b>AMBITO PREVALENTE</b> Spazio e figure</p> <p><b>SCOPO DELLA DOMANDA</b> Individuare il solido che si ottiene dalla rotazione di <math>360^\circ</math> di un trapezio, intorno a un suo lato.</p> <p><b>Linee Guida e Indicazioni nazionali</b> Nozioni fondamentali di geometria del piano e dello spazio. <i>Conoscenza dei fondamenti della geometria euclidea del piano. Elementi della geometria euclidea del piano e dello spazio.</i></p> <p><b>TRAGUARDO</b> Riconosce e denomina le forme del piano e dello spazio, le loro rappresentazioni e ne coglie le relazioni tra gli elementi. Utilizza proprietà delle figure geometriche e teoremi per il calcolo di lunghezze, aree e volumi.</p> <p><b>DIMENSIONE</b> Conoscere</p>	<p><b>Risposta corretta: A</b></p> <p>La domanda richiede capacità di visualizzazione nello spazio e dovrebbe appartenere all'esperienza che gli studenti hanno fatto nella scuola secondaria di primo grado relativamente ai solidi di rotazione.</p> <p>Il distrattore B dovrebbe essere scelto da chi considera la rotazione del trapezio attorno al lato <math>AB</math>; il distrattore C da chi considera la rotazione del trapezio attorno alla base maggiore; il distrattore D da chi pensa che il trapezio ruoti attorno alla base maggiore e dimentica che si tratta di un trapezio rettangolo (perché magari fa riferimento, come prototipo del trapezio al trapezio isoscele o, comunque, a un trapezio con "due lati obliqui").</p>

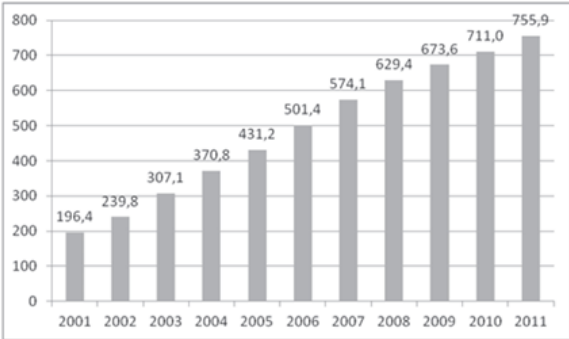


Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
<p><b>D24.</b> L'espressione <math>\left(a - \frac{1}{a}\right)^2</math> si può scrivere come:</p> <p>A. <input type="checkbox"/> <math>a^2 + \frac{1}{a^2} - 2</math></p> <p>B. <input type="checkbox"/> <math>\frac{a^4 + 1}{a^2}</math></p> <p>C. <input type="checkbox"/> <math>a^2 - \left(\frac{1}{a}\right)^2</math></p> <p>D. <input type="checkbox"/> <math>\frac{a^2 - 2a + 1}{a^2}</math></p>	<p><b>AMBITO PREVALENTE</b> Numeri</p> <p><b>SCOPO DELLA DOMANDA</b> Riconoscere l'equivalenza fra due espressioni</p> <p><b>Linee Guida e Indicazioni nazionali</b> Operazioni con i polinomi. Eseguire le operazioni con i polinomi. Fattorizzare un polinomio. <i>Le proprietà dei polinomi e le più semplici operazioni tra di essi.</i></p> <p><b>TRAGUARDO</b> Si muove con sicurezza nel calcolo numerico e simbolico; applica correttamente le proprietà delle operazioni con i numeri reali; realizza ordinamenti, calcola ordini di grandezza ed effettua stime numeriche e approssimazioni. Risolve equazioni e disequazioni.</p> <p><b>DIMENSIONE</b> Conoscere</p>	<p><b>Risposta corretta: A</b> Chi sceglie l'opzione B probabilmente esegue prima l'espressione entro parentesi trasformandola in <math>\frac{a^2 - 1}{a}</math> e poi, nell'evarla al quadrato, dimentica di considerare il doppio prodotto tra <math>a^2</math> e <math>-1</math>.</p> <p>Chi sceglie l'opzione C esegue il quadrato della differenza di due termini come la differenza fra i quadrati dei due termini.</p> <p>Infine chi sceglie l'opzione D probabilmente calcola in modo errato la somma fra parentesi, ottenendo <math>\frac{a - 1}{a}</math> invece di <math>\frac{a^2 - 1}{a}</math> e poi ne calcola correttamente il quadrato.</p>



Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
<p>D25. Dieci cubi di spigolo <math>L</math> sono stati incollati insieme, come mostrato in figura.</p>  <p>L'area della superficie totale del solido così ottenuto è:</p> <p>A. <input type="checkbox"/> <math>32 L^2</math></p> <p>B. <input type="checkbox"/> <math>35 L^2</math></p> <p>C. <input type="checkbox"/> <math>36 L^2</math></p> <p>D. <input type="checkbox"/> <math>30 L^2</math></p>	<p><b>AMBITO PREVALENTE</b> Spazio e figure</p> <p><b>SCOPO DELLA DOMANDA</b> Calcolare l'area della superficie di un solido composto</p> <p><b>Linee Guida e Indicazioni nazionali</b> Nozioni fondamentali di geometria del piano e dello spazio. <i>Conoscenza dei fondamenti della geometria euclidea del piano. Elementi della geometria euclidea del piano e dello spazio.</i></p> <p><b>TRAGUARDO</b> Riconosce e denomina le forme del piano e dello spazio, le loro rappresentazioni e ne coglie le relazioni tra gli elementi. Utilizza proprietà delle figure geometriche e teoremi per il calcolo di lunghezze, aree e volumi.</p> <p><b>DIMENSIONE</b> Conoscere</p>	<p><b>Risposta corretta: C</b></p> <p>Le opzioni A, B e D corrispondono ciascuna a errori di conteggio, tutte in difetto. La domanda richiede capacità di visualizzazione nello spazio: gli studenti devono infatti tenere conto delle facce che non risultano visibili nella rappresentazione piana del solido. Gli studenti devono inoltre conteggiare correttamente le parti visibili delle facce superiori, parzialmente nascoste dalla sovrapposizione dei cubi. Per esempio, i cubi che fanno parte della prima riga a partire dal basso contribuiscono alla superficie totale solo con 15 facce (le 4 visibili in primo piano nella rappresentazione; le 4 opposte, le 4 che costituiscono la base del solido, le 2 laterali, e 1 faccia formata dalle due porzioni di facce di cubi scoperte sulla base di appoggio della seconda riga di cubi).</p>



Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
<p>D26. Il seguente grafico mostra il numero di studenti stranieri presenti in Italia dal 2001 al 2011, <u>espresso in migliaia</u>.</p>  <p>a. Di quanto sono aumentati gli studenti stranieri tra il 2002 e il 2004? Risposta: ..... migliaia</p> <p>b. Di quanto sono aumentati in percentuale gli studenti stranieri nel 2008 rispetto al 2006?</p> <p>A. <input type="checkbox"/> Circa del 26%</p> <p>B. <input type="checkbox"/> Circa del 20%</p> <p>C. <input type="checkbox"/> Circa dell'80%</p> <p>D. <input type="checkbox"/> Circa del 64%</p>	<p><b>AMBITO PREVALENTE</b> Numeri</p> <p><b>SCOPO DELLA DOMANDA</b> a. Individuare dati in un grafico per calcolare un incremento. b. Calcolare una variazione percentuale</p> <p><b>Linee Guida e Indicazioni nazionali</b> a. Dati, loro organizzazione e rappresentazione. Raccogliere, organizzare e rappresentare un insieme di dati. <i>Rappresentare e analizzare in diversi modi (anche utilizzando strumenti informatici) un insieme di dati, scegliendo le rappresentazioni più idonee.</i> b. Rapporti e percentuali. <i>Proporzionalità diretta e inversa.</i></p> <p><b>TRAGUARDO</b> Rappresenta, elabora, analizza e interpreta dati per descrivere situazioni e individuare caratteristiche di un fenomeno o di una situazione, eventualmente anche allo scopo di produrre ipotesi e prendere decisioni.</p> <p><b>DIMENSIONE</b> Risolvere problemi</p>	<p><b>Risposta corretta</b> <b>a. 131 b. A</b></p> <p>L'item a. richiede una semplice sottrazione, una volta che si sia compreso come leggere i dati sul grafico. In questo senso (quello di leggere correttamente il grafico e poi eseguire l'operazione adeguata a rispondere correttamente) può essere considerato un semplice problema.</p> <p>L'item b. richiede invece il calcolo di una variazione percentuale. Essa può essere eseguita mediante l'espressione <math>(629,4/501,4) \cdot 100 - 100</math> cioè circa 26%.</p>





Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento																
<p>D27. Indica se ciascuna delle seguenti affermazioni relative a numeri interi è vera (V) o falsa (F).</p> <table border="1" data-bbox="159 483 873 647"> <thead> <tr> <th></th> <th></th> <th>V</th> <th>F</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>a.</td> <td>Se <math>a</math> è un multiplo di 3 e <math>b</math> è un multiplo di 4, allora <math>a \cdot b</math> è un multiplo di 6</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>b.</td> <td>Se il prodotto di due numeri è divisibile per 6, allora almeno uno dei due fattori è divisibile per 6</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>c.</td> <td>Se <math>a + b</math> è divisibile per 2, allora sia <math>a</math> sia <math>b</math> sono divisibili per 2</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> </tbody> </table>			V	F	a.	Se $a$ è un multiplo di 3 e $b$ è un multiplo di 4, allora $a \cdot b$ è un multiplo di 6	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	b.	Se il prodotto di due numeri è divisibile per 6, allora almeno uno dei due fattori è divisibile per 6	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	c.	Se $a + b$ è divisibile per 2, allora sia $a$ sia $b$ sono divisibili per 2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<p><b>AMBITO PREVALENTE</b> Numeri</p> <p><b>SCOPO DELLA DOMANDA</b> Riconoscere proprietà relative alla divisibilità dei numeri interi.</p> <p><b>Linee Guida e Indicazioni nazionali</b> Proprietà delle operazioni. <i>Le proprietà delle operazioni.</i></p> <p><b>TRAGUARDO</b> Riconosce, tra diversi modelli matematici proposti, quelli più adeguati a descrivere determinate situazioni oggetto di interesse.</p> <p><b>DIMENSIONE</b> Argomentare</p>	<p><b>Risposta corretta: V F F</b></p> <p>Per determinare la verità dell'item a. gli studenti possono lavorare a livello simbolico: <math>a = 3k; b = 4h</math>, quindi <math>ab = 12kh = 6(2kh)</math>, quindi <math>ab</math> è multiplo di 6.</p> <p>Oppure possono ragionare a livello meno formale, ricordando che un multiplo di 3 contiene almeno un 3 nella sua fattorizzazione e un multiplo di 4 contiene almeno un 2, quindi il loro prodotto contiene 6, o osservare che poiché 12 è un multiplo di 6 ogni multiplo di 12 è anche multiplo di 6.</p> <p>Naturalmente gli studenti potrebbero anche rispondere correttamente limitandosi a fare qualche esempio. Supponiamo che si limitino a considerare i casi <math>a = 3</math> e <math>b = 4</math> e <math>a = 9</math> e <math>b = 12</math>. Concluderanno, correttamente, che il prodotto è un multiplo di 6, ma con una generalizzazione che non può essere considerata corretta dal punto di vista logico.</p> <p>Ecco perché si richiede che gli studenti rispondano correttamente ad almeno 2 dei tre item per considerare corretta la risposta.</p> <p>Le affermazioni contenute negli item b. e c. sono invece false e se ne può provare la falsità con un controesempio.</p> <p>Per l'item b: <math>a = 3, b = 2</math>. <math>ab</math> è divisibile per 6, ma né <math>a</math>, né <math>b</math> sono divisibili per 6.</p> <p>Per l'item c: <math>a = 3</math> e <math>b = 5</math>. <math>a + b = 8</math> è divisibile per 2, ma né <math>a</math>, né <math>b</math> sono divisibili per 2.</p>
		V	F															
a.	Se $a$ è un multiplo di 3 e $b$ è un multiplo di 4, allora $a \cdot b$ è un multiplo di 6	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>															
b.	Se il prodotto di due numeri è divisibile per 6, allora almeno uno dei due fattori è divisibile per 6	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>															
c.	Se $a + b$ è divisibile per 2, allora sia $a$ sia $b$ sono divisibili per 2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>															



Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
<p>D28. Ai soci di un supermercato un detersivo è venduto, con lo sconto del 20%, al prezzo di 1,40 €. Quanto costa quel detersivo ai clienti che non sono soci del supermercato e che pertanto non hanno diritto allo sconto?</p> <p>A. <input type="checkbox"/> 1,68 €</p> <p>B. <input type="checkbox"/> 1,75 €</p> <p>C. <input type="checkbox"/> 2,80 €</p> <p>D. <input type="checkbox"/> 1,12 €</p>	<p><b>AMBITO PREVALENTE</b> Numeri</p> <p><b>SCOPO DELLA DOMANDA</b> Calcolare una percentuale.</p> <p><b>Linee Guida e Indicazioni nazionali</b> Rapporti e percentuali. <i>Proporzionalità diretta e inversa.</i></p> <p><b>TRAGUARDO</b> Si muove con sicurezza nel calcolo numerico e simbolico; applica correttamente le proprietà delle operazioni con i numeri reali; realizza ordinamenti, calcola ordini di grandezza ed effettua stime numeriche e approssimazioni. Risolve equazioni e disequazioni.</p> <p><b>DIMENSIONE</b> Conoscere</p>	<p><b>Risposta corretta: B</b></p> <p>Per rispondere correttamente gli studenti possono effettuare il seguente calcolo: <math>1,40 = 0,8x</math> che corrisponde a riconoscere che uno sconto del 20% vuol dire che il prezzo scontato è l'80% del prezzo originario (per coloro che non sono soci). Quindi <math>x = 1,75€</math>. Naturalmente gli studenti possono anche calcolare il 20% dei prezzi delle varie opzioni e vedere in quale caso, sottraendo lo sconto così ottenuto, si ottiene 1,40€.</p> <p>Chi sceglie l'opzione 1,68€ probabilmente calcola il 20% di 1,40€ e poi addiziona il risultato ottenuto a 1,40.</p> <p>Chi sceglie 2,80€ probabilmente moltiplica 1,40€ per 2, confondendo lo sconto del 20% con una riduzione a metà prezzo.</p> <p>Chi sceglie l'opzione 1,12€ sottrae a 1,40€ il 20% di 1,40€. In questo caso l'errore, se si vuole, è ancora più grave, perché dimostra che non c'è alcun controllo semantico sul problema che si sta affrontando (se il detersivo scontato costa 1,40€, il costo del detersivo non scontato non potrà essere minore di 1,40€).</p> <p>Gli studenti che scelgono l'opzione D dimostrano quindi di non possedere alcuna capacità di controllo semantico della procedura risolutiva scelta.</p>



Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento																
<p>D29. Una fabbrica utilizza due diverse macchine <math>M_1</math> e <math>M_2</math> che lavorano indipendentemente l'una dall'altra. Ciascuna delle due macchine produce chiavette USB da 16 GB e da 32 GB nelle percentuali descritte dalla seguente tabella.</p> <table border="1" data-bbox="237 507 741 628"> <thead> <tr> <th></th> <th>chiavette USB da 16 GB</th> <th>chiavette USB da 32 GB</th> <th>Totale</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>M_1</math></td> <td>18%</td> <td>42%</td> <td>60%</td> </tr> <tr> <td><math>M_2</math></td> <td>22%</td> <td>18%</td> <td>40%</td> </tr> <tr> <td>Totale</td> <td>40%</td> <td>60%</td> <td>100%</td> </tr> </tbody> </table> <p>a. Qual è la probabilità di estrarre dalla produzione della fabbrica una chiavetta da 16 GB prodotta da <math>M_1</math>?</p> <p>Risposta: ..... %</p> <p>b. Qual è la probabilità che una chiavetta USB estratta dalla produzione della fabbrica sia da 16 GB?</p> <p>Risposta: ..... %</p>		chiavette USB da 16 GB	chiavette USB da 32 GB	Totale	$M_1$	18%	42%	60%	$M_2$	22%	18%	40%	Totale	40%	60%	100%	<p><b>AMBITO PREVALENTE</b> Dati e previsioni</p> <p><b>SCOPO DELLA DOMANDA</b> a. Leggere dati contenuti in una tabella a doppia entrata. b. Ricavare informazioni da una tabella a doppia entrata.</p> <p><b>Linee Guida e Indicazioni nazionali</b> Significato della probabilità e sue valutazioni. Semplici spazi (discreti) di probabilità: eventi disgiunti, probabilità composta, eventi indipendenti. <i>Nozione di probabilità, con esempi tratti da contesti classici e con l'introduzione di nozioni di statistica.</i></p> <p><b>TRAGUARDO</b> a. Rappresenta, elabora, analizza e interpreta dati per descrivere situazioni e individuare caratteristiche di un fenomeno o di una situazione, eventualmente anche allo scopo di produrre ipotesi e prendere decisioni. b. Esprime valutazioni e stime di probabilità in situazioni caratterizzate da incertezza. Esprime stime di probabilità di eventi composti a partire dalla conoscenza delle probabilità di eventi elementari.</p> <p><b>DIMENSIONE</b> Risolvere problemi</p>	<p><b>Risposta corretta</b> <b>a. 18 b. 40</b></p> <p>Gli item a. e b. richiedono unicamente la capacità di leggere una tabella a doppia entrata. In particolare l'item a. richiede la capacità di riconoscere che la prima cella dei dati fornisce la percentuale delle chiavette di 16GB prodotte da <math>M_1</math>, cioè proprio la richiesta dell'item a. L'item b. richiede invece la capacità di individuare il dato richiesto nella prima cella dei totali. Infatti una chiavetta da 16GB può essere prodotta da <math>M_1</math> o da <math>M_2</math>, quindi la probabilità richiesta è data da</p> $P(M_1 \cap 16GB) + P(M_2 \cap 16GB) =$ $= 18 \% + 22 \% = 40 \%$
	chiavette USB da 16 GB	chiavette USB da 32 GB	Totale															
$M_1$	18%	42%	60%															
$M_2$	22%	18%	40%															
Totale	40%	60%	100%															



Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento																				
<p>D30. In una funzione del tipo <math>f(x) = ax + b</math>, il numero reale <math>a</math> si dice <i>pendenza</i>. Inoltre si dice <i>zero</i> di una funzione <math>f</math> ogni valore di <math>x</math> per cui <math>f(x) = 0</math>. Indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F).</p> <table border="1" data-bbox="159 507 864 715"> <thead> <tr> <th></th> <th></th> <th>V</th> <th>F</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>a.</td> <td>Lo zero della funzione <math>f(x) = x - 5</math> è 5</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>b.</td> <td>Lo zero della funzione <math>f(x) = 3x - 3</math> è -3</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>c.</td> <td>Le funzioni del tipo <math>f(x) = b</math>, con <math>b \neq 0</math>, non hanno zeri</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>d.</td> <td>Nelle funzioni del tipo <math>f(x) = b</math>, la pendenza è 0</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> </tbody> </table>			V	F	a.	Lo zero della funzione $f(x) = x - 5$ è 5	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	b.	Lo zero della funzione $f(x) = 3x - 3$ è -3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	c.	Le funzioni del tipo $f(x) = b$ , con $b \neq 0$ , non hanno zeri	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	d.	Nelle funzioni del tipo $f(x) = b$ , la pendenza è 0	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<p><b>AMBITO PREVALENTE</b> Relazioni e funzioni</p> <p><b>SCOPO DELLA DOMANDA</b> Verificare la comprensione del significato di pendenza, intercetta e zero di una funzione lineare.</p> <p><b>Linee Guida e Indicazioni nazionali</b> Il metodo delle coordinate: il piano cartesiano. <i>Il metodo delle coordinate cartesiane, ... rappresentazione di punti e rette nel piano e di proprietà come il parallelismo e la perpendicolarità.</i></p> <p><b>TRAGUARDO</b> Comprende e utilizza diverse forme di rappresentazione, passando dall'una all'altra a seconda delle esigenze (grafica, numerica, simbolica, nella lingua naturale).</p> <p><b>DIMENSIONE</b> Conoscere</p>	<p><b>Risposta corretta: V F V V</b></p> <p>La domanda richiede la competenza di saper applicare una definizione e di passare dal registro della lingua italiana a quello simbolico della matematica.</p> <p>Non è necessario che gli studenti conoscano le definizioni di pendenza e di zero: vengono forniti nel testo (nel caso della pendenza si dice come la si può riconoscere in una formula).</p> <p>Per rispondere correttamente all'item c. sarebbe utile passare dal registro simbolico a quello grafico associando alla formula <math>f(x) = b</math> con <math>b \neq 0</math>, una retta parallela all'asse <math>x</math> e non coincidente con esso.</p> <p>In realtà, avendo associato la pendenza ad <math>a</math> nella formulazione analitica della funzione, è sufficiente osservare che per avere <math>f(x)=b</math> si deve avere <math>a=0</math>. Si può quindi prescindere dal concetto di pendenza e in particolare dal suo significato grafico-geometrico.</p>
		V	F																			
a.	Lo zero della funzione $f(x) = x - 5$ è 5	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																			
b.	Lo zero della funzione $f(x) = 3x - 3$ è -3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																			
c.	Le funzioni del tipo $f(x) = b$ , con $b \neq 0$ , non hanno zeri	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																			
d.	Nelle funzioni del tipo $f(x) = b$ , la pendenza è 0	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																			



Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento																
<p>D31. L'espressione <math>2n - 1</math> rappresenta, al variare di <math>n</math> nell'insieme dei numeri naturali maggiori di 0, un qualunque numero dispari. Indica se ciascuna delle seguenti affermazioni, in cui <math>n</math> varia nell'insieme dei numeri naturali, è vera (V) o falsa (F)</p> <table border="1" data-bbox="163 552 855 711"> <thead> <tr> <th></th> <th></th> <th>V</th> <th>F</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>a.</td> <td>Per ogni <math>n</math>, <math>2n + 1</math> rappresenta un numero dispari</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>b.</td> <td>Per ogni <math>n</math>, <math>3n</math> rappresenta un numero dispari</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>c.</td> <td>Per ogni <math>n</math>, <math>(2n - 1)^2</math> rappresenta un numero pari</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> </tbody> </table>			V	F	a.	Per ogni $n$ , $2n + 1$ rappresenta un numero dispari	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	b.	Per ogni $n$ , $3n$ rappresenta un numero dispari	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	c.	Per ogni $n$ , $(2n - 1)^2$ rappresenta un numero pari	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<p><b>AMBITO PREVALENTE</b> Numeri</p> <p><b>SCOPO DELLA DOMANDA</b> Riconoscere proprietà dei numeri interi attraverso espressioni letterali che li rappresentano.</p> <p><b>Linee Guida e Indicazioni nazionali</b> Le espressioni letterali e i polinomi. Padroneggiare l'uso della lettera come mero simbolo e come variabile. <i>Elementi di base del calcolo letterale. Calcoli con le espressioni letterali sia per rappresentare un problema (mediante un'equazione, disequazioni o sistemi) e risolverlo, sia per dimostrare risultati generali, in particolare in aritmetica.</i></p> <p><b>TRAGUARDO</b> Riconosce, fra diverse argomentazioni, quelle che sono adeguate a sostenere una determinata tesi; produce esempi e controesempi utili a confermare o a confutare una determinata affermazione.</p> <p><b>DIMENSIONE</b> Argomentare</p>	<p><b>Risposta corretta: V F F</b></p> <p>Si può rispondere correttamente all'item a. anche senza fare un ragionamento generale, ma limitandosi a qualche esempio (attribuendo a <math>n</math> qualche numero naturale). Sebbene ciò porti alla risposta corretta, dal punto di vista logico lascia molto a desiderare. Per questo motivo i tre item si considerano come un'unica domanda e perché la risposta sia considerata corretta gli studenti devono rispondere correttamente ad almeno due item su tre.</p> <p>La falsità delle affermazioni b. e c. si dimostra con un controesempio: Non è vero che per ogni <math>n</math> la scrittura <math>3n</math> rappresenta un numero dispari. Controesempio: <math>n = 2</math>.</p> <p>Non è vero che <math>(2n - 1)^2</math> rappresenta per ogni <math>n</math> un numero pari. Controesempio: <math>n = 3</math>.</p> <p>In questo caso sarebbe possibile dimostrare che per ogni numero naturale <math>(2n - 1)^2</math> è dispari, ma per dimostrare la falsità della proposizione contenuta nell'item c. è sufficiente un controesempio.</p>
		V	F															
a.	Per ogni $n$ , $2n + 1$ rappresenta un numero dispari	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>															
b.	Per ogni $n$ , $3n$ rappresenta un numero dispari	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>															
c.	Per ogni $n$ , $(2n - 1)^2$ rappresenta un numero pari	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>															



Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
<p>D32. Calcola l'espressione <math>\frac{1-\frac{1}{7}}{1+\frac{1}{7}}</math> e scrivi il risultato sotto forma di un'unica frazione.</p> <p>Risposta: .....</p>	<p><b>AMBITO PREVALENTE</b> Numeri</p> <p><b>SCOPO DELLA DOMANDA</b> Operare con le frazioni</p> <p><b>Linee Guida e Indicazioni nazionali</b> Le operazioni con i numeri interi e razionali. Operare con i numeri interi e razionali e valutare l'ordine di grandezza dei risultati. <i>Calcolo (mentale, con carta e penna, mediante strumenti) con i numeri interi, con i numeri razionali sia nella scrittura come frazione che nella rappresentazione decimale.</i></p> <p><b>TRAGUARDO</b> Si muove con sicurezza nel calcolo numerico e simbolico; applica correttamente le proprietà delle operazioni con i numeri reali; realizza ordinamenti, calcola ordini di grandezza ed effettua stime numeriche e approssimazioni. Risolve equazioni e disequazioni.</p> <p><b>DIMENSIONE</b> Conoscere</p>	<p><b>Risposta corretta:</b> <math>\frac{3}{4}</math> o qualunque altra frazione equivalente, come per esempio <math>\frac{6}{8}</math>.</p> <p>La domanda richiede un calcolo relativamente semplice tra numeri razionali rappresentati sotto forma di frazioni.</p>